

Progress in Mathematics
Vol. 62

Edited by
J. Coates and
S. Helgason

Birkhäuser
Boston · Basel · Stuttgart

Topologie Perdue

I Du côté de chez Rohlin
II Le côté de Casson

**Lucien Guillou
Alexis Marin
éditeurs**

1986

**Birkhäuser
Boston · Basel · Stuttgart**

Editors:
Lucien Guillou
Université de Paris-Sud
Mathématique -- Bâtiment 425
Centre d'Orsay
F-91405 Orsay Cedex (France)

Alexis Marin
Université de Paris-Sud
Mathématique -- Bâtiment 425
Centre d'Orsay
F-91405 Orsay Cedex (France)

Library of Congress Cataloging in Publication Data

Main entry under title:

A la recherche de la topologie perdue.

(Progress in mathematics ; vol. 62)

French and English.

Bibliography: p.

1. Topology -- Addresses, essays, lectures.

I. Guillou, Lucien. II. Marin, Alexis. III. Series:

Progress in mathematics (Boston, Mass.) ; vol. 62.

QA611.15.A2 1986 514 85-30844

ISBN 0-8176-3329-4

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

A la recherche de la topologie perdue / Lucien

Guillou ; Alexis Marin, ed. - Boston ; Basel ;

Stuttgart : Birkhäuser, 1986.

(Progress in mathematics ; Vol. 62)

Enth.: 1. Du côté de chez Rohlin.

2. Le côté de Casson

ISBN 3-7643-3329-4 (Basel . . .)

ISBN 0-8176-3329-4 (Boston . . .)

NE: Guillou, Lucien [Hrsg.]; GT

Ce volume est dédié

à la mémoire de

V.A. ROHLIN

(1919-1984)

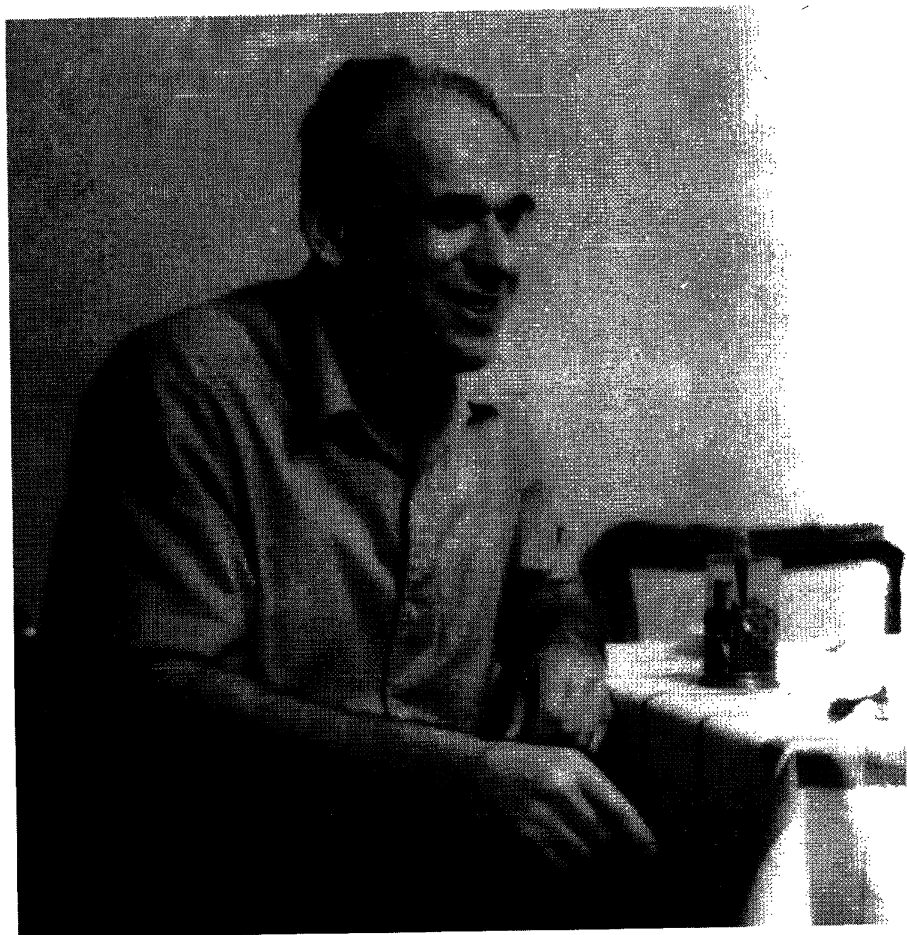


Table des matières

V. A. Rohlin (1919 - 1984)	ix
Travaux de V. A. Rohlin	xi
Introduction.	xv

I - Du côté de chez Rohlin

. Quatre articles de V. A. Rohlin (traduit du russe par S. Ochanine)	3
. Commentaires sur les quatres articles précédents de V. A. Rohlin, par L. Guillou et A. Marin	25
. Une extension d'un théorème de Rohlin sur la signature, par L. Guillou et A. Marin	97
. An elementary proof of Rohlin's signature theorem and its extension by Guillou and Marin, by Y. Matsumoto.	119
. CP^2/σ ou Kuiper et Massey au pays des coniques, par A. Marin	141

Appendice

. Une histoire des rapports entre Rohlin et son théorème (telle que racontée aux auteurs par O. Viro et V. Harlamov)	153
--	-----

II - Le côté de Casson

. On the G -signature theorem in dimension four, by C. Gordon .	159
. Cobordism of classical knots, by A. Casson and C. Gordon . .	181
. Three lectures on new infinite constructions in 4-dimensional manifolds, by A. Casson (notes prepared by L. Guillou). . .	201

Vladimir Abramovich Rohlin est né à Baku le 23 août 1919. Il commença ses études universitaires en 1935 au département de mécanique et mathématiques de l'université de Moscou. Ses professeurs furent A.I. Plesner (son conseiller scientifique officiel), L.S. Pontryagin, P.S. Alexandrov, A.N. Kolmogorov. En 1940, il terminait ses études dans ce département et restait là pour un 3ème cycle ("aspirantura", une période de trois ans durant laquelle on prépare sa "thèse de candidat"). En 1941, quand l'Allemagne attaqua l'U.R.S.S., Rohlin rejoignit le corps des volontaires du Peuple (unités militaires non entraînées). Son unité fut encerclé et Rohlin fait prisonnier par les allemands. Ensuite, il réussit à s'échapper, à rejoindre l'armée soviétique et finit la guerre comme traducteur militaire (Rohlin parlait couramment l'allemand). Immédiatement après la guerre Rohlin fut emprisonné par la sécurité de l'armée (comme ce fut le cas pour de nombreux anciens prisonniers de guerre) mais fut libéré à la fin de l'année 1946.

De 1947 à 1952, Rohlin travailla à l'institut mathématique Steklov de Moscou comme assistant chercheur dans le département de Pontryagin. Il soutint avec succès sa thèse de candidat ("Espaces de Lebesgue et leurs automorphismes") en 1948 et son doctorat ("les classes les plus importantes de systèmes dynamiques avec une mesure invariante") en 1951.

En 1952, Rohlin partit de Moscou pour Arkhangelsk où il fut professeur de mathématiques à l'institut des Bois et Forêts. De 1955 à 1957, il enseigna à l'institut pédagogique d'Ivanovo, et de 1957 à 1960 dans un institut similaire à Kolomna. En 1960 Rohlin quitta Kolomna pour Leningrad où il fut professeur au département de mathématiques et mécaniques de l'université de Leningrad pendant vingt et un ans. Il fut mis à la retraite en 1982 bien qu'il fût toujours un cher-

cheur très actif à ce moment. V.A. Rohlin est mort d'un arrêt du coeur le 3 décembre 1984.

Rohlin a travaillé dans différents domaines des mathématiques. Ses principaux champs d'activité furent la théorie de la mesure, la théorie ergodique, la topologie et la géométrie algébrique réelle. Au début, la théorie de la mesure et la théorie ergodique prévalurent. Dans les années 1940-1949 il accomplit nombre de travaux fondamentaux qui influencèrent grandement le développement ultérieur du sujet. La période suivante (1950-1958) débute avec ses plus célèbres investigations topologiques - elles sont présentées dans les papiers réunis dans ce volume. A la même époque il publia aussi des résultats fondamentaux sur le cobordisme et les classes caractéristiques. En 1958, alors que la notion d'entropie venait d'être introduite par Kolmogorov dans la théorie ergodique, Rohlin revint à cette dernière. Il organisa et dirigea un séminaire de théorie ergodique à l'université de Moscou, dont l'activité fut une étape décisive dans le développement de la théorie ergodique (il habitait alors à Kolomna à environ 100 km de Moscou, et devait prendre le train pour Moscou chaque semaine). A partir de 1965, Rohlin étudia principalement la topologie. Ses recherches concernent les classes caractéristiques, les variétés de basse dimension et la topologie des variétés algébriques réelles. L'état actuel de ce dernier sujet est largement dû à Rohlin.

Rohlin était un brillant conférencier. Ses conférences se remarquaient pour leur élégance et leur lucidité. Sa conversation et ses écrits frappaient par une attention soignée envers la langue. L'activité pédagogique de Rohlin fut à son sommet à Leningrad : avant son arrivée la topologie moderne y était inconnue et c'est Rohlin qui rendit la topologie très populaire parmi la communauté mathématique de Leningrad. Il créa le premier cours de topologie pour jeunes étudiants en U.R.S.S. et conçut un système complet d'études topologiques pour les futurs topologues. A Leningrad, Rohlin créa une école scientifique dont les membres travaillent maintenant dans différents domaines des mathématiques. Son contact et sa collaboration influencèrent aussi de nombreux autres mathématiciens. Sa largeur d'esprit et sa profonde compréhension des gens et des choses attiraient à lui de nombreuses personnes pourtant bien différentes. Sa perte sera durement ressentie à Leningrad aussi bien que dans la communauté mathématique internationale.

1. Spectral theory of linear operators, *Uspeki Matem. Nauk (N.S.)* 1, n° 1 (11), 71–191 (1946) (Russian) (avec A.I. Plessner), *Amer. Math. Soc. Translat. II ser.* 62, 1–28 (1967), MR 9, p. 43, Zbl. 185, p. 210.
2. Homotopy groups, *Uspeki Matem. Nauk (N.S.)* 1, n° 5–6 (15–16), 175–223 (1946) (Russian), MR 10, p. 393, Zbl. 61, p. 410.
3. On the classification of measurable decompositions, *Doklady Akad. Nauk SSSR (N.S.)* 58, 29–32 (1947) (Russian), MR 9, p. 230, Zbl 30, p. 243.
4. On the problem of the classification of automorphisms of Lebesgue spaces, *Doklady Akad. Nauk SSSR (N.S.)* 58, 189–191 (1947) (Russian), MR 9, p. 230, Zbl. 30, p. 244.
5. Unitary rings, *Doklady Akad. Nauk SSSR (N.S.)* 59, 643–646 (1948)(Russian), MR 9, p. 446, Zbl. 30, p. 398.
6. A 'general' measure-preserving transformation is not mixing, *Doklady Akad. Nauk SSSR (N.S.)* 60, 349–351 (1948) (Russian), MR 9, p. 504, Zbl. 33, p. 066.
7. On the fundamental ideas of measure theory, *Mat. Sbornik (N.S.)* 25 (67), 107–150 (1949) (Russian), *Amer. Math. Soc. Translat.* n° 71, 55 pp. (1952), MR 11, p. 18, Zbl. 33, p. 169.
8. On the decomposition of a dynamical system into transitive components, *Mat. Sbornik (N.S.)* 25 (67), 235–249 (1949) (Russian), MR 11, p. 373, Zbl. 34, p. 065.
9. On dynamical systems whose irreducible components have a pure point spectrum, *Doklady Akad. Nauk SSSR (N.S.)* 64, 167–169 (1949) (Russian), MR 10, p. 462, Zbl. 40, p. 212.
10. On the approximation of non periodic flows by periodic ones, *Doklady Akad. Nauk SSSR (N.S.)* 64, 619–620 (1949) (Russian) (with A.A. Gurevic), MR 10, p. 549, Zbl 40, p. 212.
11. On endomorphisms of compact commutative groups, *Izvestiya Akad. Nauk SSSR, Ser. Mat.* 13, 329–340 (1949) (Russian), MR 11, p. 40, Zbl. 32, p. 284.
12. Selected topics from the metric theory of dynamical systems, *Uspeki Matem. Nauk (N.S.)* 4, n° 2 (30), 57–128 (1949) (Russian), *Amer. Math. Soc. Translat. II ser.* 49, 171–240 (1966), MR 11, p. 40, Zbl. 32, p. 284.
13. Summary of results in homotopy theory of continuous transformations of a sphere into a sphere, *Uspeki Matem. Nauk (N.S.)* 5, n° 6 (40), 88–101 (1950) (Russian), MR 12, p. 519, Zbl. 39, p. 192.
14. Approximation theorems for measurable flows, *Izvestiya Akad. Nauk SSSR ser. Mat.* 14, 537–548 (1950) (Russian) (with A.A. Gurevic), MR 12, p. 422, Zbl. 39, p. 338.
15. On a mapping of the $(n+3)$ -dimensional sphere into the n -dimensional sphere, *Doklady Akad. Nauk SSSR (N.S.)* 80, 541–544 (1951) (Russian), MR 13, p. 674, Zbl. 44, p. 381.

16. Classification of mappings of an $(n+3)$ -dimensional sphere into the n -dimensional sphere, Doklady Akad. Nauk SSSR (N.S.) 81, 19-22 (1951) (Russian), MR 13, p. 674, Zbl. 43, p. 384.
17. A three dimensional manifold is the boundary of a four-dimensional one, Doklady Akad. Nauk SSSR (N.S.) 81, 355-357 (1951) (Russian), MR 14, p. 72, Zbl. 44, p. 381.
18. New results in the theory of four-dimensional manifolds, Doklady Akad. Nauk SSR (N.S.) 84, 221-224 (1952) (Russian), MR 14, p. 573, Zbl. 46, p. 407.
19. Intrinsic definition of Pontryagin's characteristic cycles, Doklady Akad. Nauk SSSR (N.S.) 84, 449-452 (1952) (Russian), MR 14, p. 306, Zbl. 49, p. 401.
20. Intrinsic homology, Doklady Akad. Nauk SSSR (N.S.) 89, 789-792 (1953) (Russian), MR 15, p. 53, Zbl. 50, p. 397.
21. Characteristic cycles of smooth manifolds, Third congress of Soviet mathematicians, vol. 2, p. 55 (1956) (Russian).
22. Metric classification of measurable functions, Uspeki Mat. Nauk (N.S.) 12, n° 2 (74), 169-174 (1957) (Russian), MR 19, p. 946.
23. On Pontryagin characteristic classes, Doklady Akad. Nauk SSSR (N.S.) 113, 276-279 (1957) (Russian), MR 20 # 1318, Zbl. 78, p. 368.
24. The combinatorial invariance of Pontryagin classes, Doklady Akad. Nauk SSSR (N.S.) 114, 490-493 (1957) (Russian), MR 21 # 865, Zbl. 78, p. 368.
25. Internal homologies, Doklady Akad. Nauk SSSR (N.S.) 119, 876-879 (1958) (Russian), MR 21 # 2238, Zbl. 80, p. 165.
26. Relations between characteristic classes of four-dimensional manifolds, Kolomen Ped. Inst. Uč. Zap. Ser. Fiz. Mat. 2, n° 1, 3-17 (1958) (Russian), MR 24 # A 2972.
27. Spectral theory of dynamical systems, Third congress of Soviet mathematicians, vo. 3, 284-292 (1958) (Russian) (with S.V. Fomin), , Zbl. 88, p. 326.
28. Entropy of metric automorphism, Doklady Akad. Nauk SSSR 124, 980-983 (1959) (Russian), MR 21 # 1599, Zbl. 96, p. 314.
29. Theory of intrinsic homologies, Uspeki Mat. Nauk 14, n° 4 (88), 3-20 (1959) (Russian), Amer. Math. Soc. Transl. (2) 30, 255-271 (1963), MR 22 # 11402, Zbl. 92, p. 156.
30. New progress in the theory of transformations with invariant measure, Uspeki Mat. Nauk 15, n° 4 (94), 3-26 (1960) (Russian), Russian Math. Surveys 15, n° 4, 1-22, MR 24 # A 2002, Zbl. 102, p. 330.
31. The entropy of an automorphism of a compact commutative group, Teor. Verojatnost. i Primenen. 6, 351-352 (1961) (Russian), Theor. Probab. applic. 6, 322-323 (1962), MR 27 # 2605, Zbl. 252 # 94012.
32. The structure and properties of invariant measurable partitions, Doklady Akad. Nauk SSSR, 141, 1038-1041 (1961) (Russian) (with Ja.G. Sinaĭ), Soviet. Math. Doklady 2, 1611-1614 (1962), MR 27 # 2604, Zbl. 161, p. 343.

33. Exact endomorphisms of a Lebesgue space, *Izvestiya Akad. Nauk SSSR, ser. Mat.* 25, 499-530 (1961) (Russian) ; *Amer. Math. Soc. Translat. II ser.* 39, 1-36 (1964) ; MR 26 # 1423, Zbl. 107, p. 330.
34. Entropy of a skew product of mappings with invariant measure, *Vestnik Leningrad Univ.* 17, n° 7, 5-13 (1962) (Russian) (with L.M. Abramov) ; *Amer. Math. Soc. Transl. II ser.* 48, 255-265 (1965) ; MR 25 # 4076, Zbl. 156, p. 61.
35. An axiomatic definition of the entropy of a transformation with invariant measure, *Doklady Akad. Nauk SSSR* 148, 779-781 (1963) (Russian) ; *Soviet. Math. Doklady* 4, 188-191 (1963) ; MR 27 # 3780, Zbl. 127, p. 334.
36. Differential Topology, Fourth congress of Soviet Mathematicians, vol. 1, 218-219 (1963) (Russian).
37. Generators in ergodic theory, *Vestnik Leningrad Univ.* 18, n° 1, 26-32 (1963) (Russian, english summary) ; MR 33 # 1427, Zbl. 167, p. 328.
38. Metric properties of endomorphisms of compact commutative groups, *Izvestiya Akad. Nauk. SSSR, ser. Mat.* 28, 867-874 (1964) (Russian) ; *Amer. Math. Soc. Transl. II, ser.* 64, 244-252 (1967) ; MR 29 # 5955, Zbl. 126, p. 61.
39. The embedding of non-orientable three-manifolds into five-dimensional Euclidean space, *Doklady Akad. Nauk SSSR* 160, 549-551 (1965) (Russian) ; *Sov. Math. Doklady* 6, 153-156 (1965) ; MR 32 # 1719; Zbl. 132, p. 201.
40. Diffeomorphisms of the manifold $S^2 \times S^3$, *Izvestiya Akad. Nauk SSSR, ser. Mat.* 29, n° 6, 1386-1387 (1965) (Russian) ; *Amer. Math. Soc. Transl. II ser.* 66, 228-229 (1968) (as a supplement to a paper of Novikov).
41. New examples of four dimensional manifolds, *Doklady Akad. Nauk SSSR*, 162, 273-276 (1965) (Russian) ; *Soviet Math. Doklady* 6, 660-663 (1965) ; MR 32 # 8412 ; Zbl. 132, p. 199.
42. Generators in ergodic theory II, *Vestnik Leningrad Univ.* 20, n° 13, 68-72 (1965) (Russian, English summary) ; MR 33 # 1428, Zbl. 167, p. 328.
43. Pontrjagin - Hirzebruch class of codimension 2, *Izvestiya Akad. Nauk SSSR, ser. Mat.* 30, 705-718 (1966) (Russian) ; *Amer. Math. Soc. Translat. II ser.* 71, 122-134 (1968) ; MR 35 # 2295, Zbl. 171, p. 222.
44. Surface and volume, *Encyclopedia of elementary mathematics, book 5*, 5-87 (1966) *Nauk* (Russian) ; Zbl. 145, p. 168.
45. Lectures on the entropy theory of transformations with invariant measure, *Uspeki Mat. Nauk* 22, n° 5 (137), 3-56 (1967) (Russian) ; *Russian Math. Surveys* 22, n° 5, 1-52 (1967) ; MR 36 # 349, Zbl. 174, p. 455.
46. Imbeddings and immersions in Riemannian geometry, *Uspeki Mat. Nauk.* 23, n° 4, 345 (1958) (Russian).
47. The normal Euler numbers of the projective plane and Klein bottle in four dimensional Euclidean space, *Doklady Akad. Nauk SSSR* 191, 27-29 (1970) (Russian) ; *Soviet Math. Doklady*, 11, 316-319 (1970) ; MR 44 # 2246, Zbl. 214, p. 226.
48. Homology in dimension two and two-dimensional submanifolds of four-dimensional manifolds, *Uspeki Mat. Nauk* 25, n° 3, 258 (1970) (Russian).

49. Imbeddings and immersions in Riemannian geometry, *Uspeki Mat. Nauk* 25, n° 5 (1955), 3-62 (1970) (Russian) (with M.L. Gromov) ; *Russian Math. Surveys* 25, n° 5, 1-57 (1970) ; MR 44 # 7571, Zbl. 202, p. 210.
50. Two-dimensional submanifolds of four-dimensional manifolds, *Funkcional Anal. i Priložen.* 5, n° 1, 48-60 (1971) (Russian) ; *Functional Anal. Appl.* 5, 39-48, (1971) ; MR 45 #7733, Zbl. 268 # 57 019.
51. Proof of a conjecture of Gudkov, *Funkcional Anal. i Priložen.* 6, n° 2, 62-64 (1972) (Russian) ; *Functional Anal. Appl.* 6, 136-138 (1972) ; MR 45 # 5131, Zbl. 259 # 140010.
52. Congruences modulo 16 in Hilbert's sixteenth problem, *Funkcional Anal. i Priložen.* 6, n° 4, 58-64 (1972) (Russian) ; *Functional Anal. Applic.* 6, 301-306 (1972) ; MR 47 # 232, Zbl. 295 # 14008.
53. Congruences modulo 16 in Hilbert's sixteenth problem II, *Funkcional Anal. i Priložen.* 7, n° 2, 91-92 (1973) (Russian) ; *Functional Anal. Appl.* 7, 163-164 (1973) ; MR 48 # 9734, Zbl. 295 # 14009.
54. Recent work on the topology of real algebraic varieties, *Uspeki Mat. Nauk* , 29, n° 3, 180 (1974) (Russian).
55. Complex orientations of real algebraic curves, *Funkcional Anal. i Priložen.* 8, n° 4, 71-74 (1974) (Russian) ; *Functional Anal. Appl.* 8, 331-334 (1974) ; MR 51 # 4286, Zbl. 317 # 14028.
56. (with D.B. Fuchs) A beginning course in topology : geometrical chapters, *Izdat. "Nauka" Moscow*, 1977, 487 pp. ; trad. française : premier cours de topologie : chapitres géométriques, *Editions Mir*, 1981 ; MR 58 # 31080.
57. Complex topological characteristics of real algebraic curves, *Uspeki Mat. Nauk* 33 (1978), n° 5 (203), 77-89 (Russian) ; *Russian Math. Surveys* 33 (1978), n° 5, 85-98 ; MR 81m # 14024.
58. New inequalities in the topology of real plane algebraic curves, *Funkcional Anal. Priložen.* 14 (1980), n° 1, 37-43 (Russian) ; *Functional Anal. Appl.* 14 (1980), 29-33 ; MR 82e # 14066.

Introduction

Les articles rassemblés ici datant d'époques et de lieux variés, cette courte introduction propose quelques repères pour les mettre en perspective. Pour une introduction générale, avec de nombreuses références, aux variétés de dimension quatre voir Mandelbaum [Man, 1980]. Pour une histoire des rapports personnels entre Rohlin et son théorème voir l'appendice à la première partie de ce volume.